RADIAÇÃO E ENERGIA SOLAR

Miguel Centeno Brito

Sol

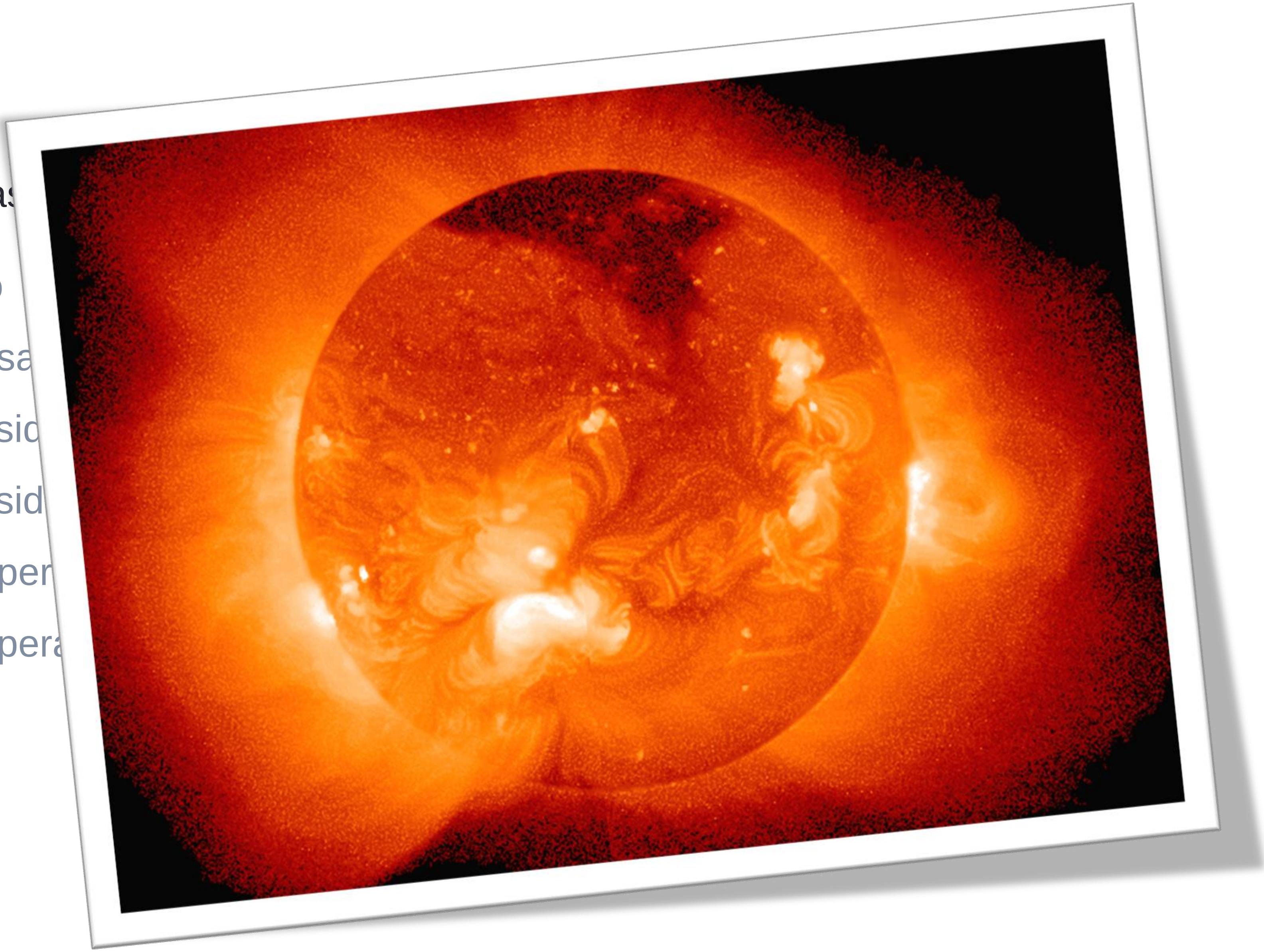
Algumas propriedades do Sol:

- Raio $(6{,}9626 \pm 0{,}0007) \times 10^{8}$ m
- Massa $(1{,}9891 \pm 0{,}0012) \times 10^{30}$ kg
- Densidade no interior $150\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$
- Densidade na superfície $10^{-7}\ \mathrm{g\ cm^{-3}}$
- Temperatura no interior 5×10^{6} K
- Temperatura na superfície 5780 K

Sol

Algumas

- Raio
- Massa
- Densid
- Densid
- Temper
- Tempera



Sol

Constante solar

A **constante solar** é o integral para todo o espectro electromagnético da irradiância do Sol à distância **média** Terra-Sol. No topo da atmosfera e para uma superfície perpendicular à direcção do feixe incidente equivale a

$$I_{sc} = 1367\ \mathrm{W\ m^{-2}}$$

Naturalmente que a irradiância no topo da atmosfera, ou na superfície da Terra varia ao longo do ano, com a variação da distância entre a Terra e o Sol, e com a actividade solar, e.g. o ciclo de manchas solares, com um período aproximado de 11 anos.

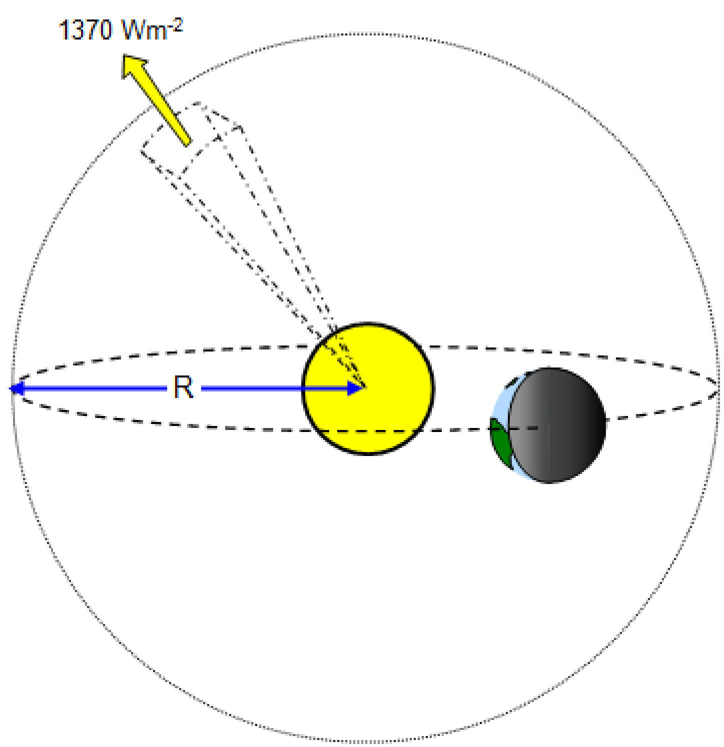


Diagram not to scale

Sol

Constante solar

A **constante solar** é o integral para todo o espectro electromagnético da irradiância do Sol à distância **média** Terra-Sol. No topo da atmosfera e para uma superfície perpendicular à direcção do feixe incidente equivale a

$$I_{SC} = 1367 \text{ W m}^{-2}$$

Por conservação de energia, a quantidade de energia que atravessa a esfera $4\pi\ r_s^2$ é a mesma que atravessa a esfera $4\pi\ r_0^2$ logo, usando a equação de Stefan Boltzmann para a emissão de um corpo negro e u

$$T = (I_{SC} r_0^2 / \sigma r_s^2)^{1/4} \qquad T = 5777 \text{ K}$$

r_0 é a distância média Sol-Terra, 1.471×10^{11} m

r_s é o raio médio do Sol, 6.96×10^{6} m

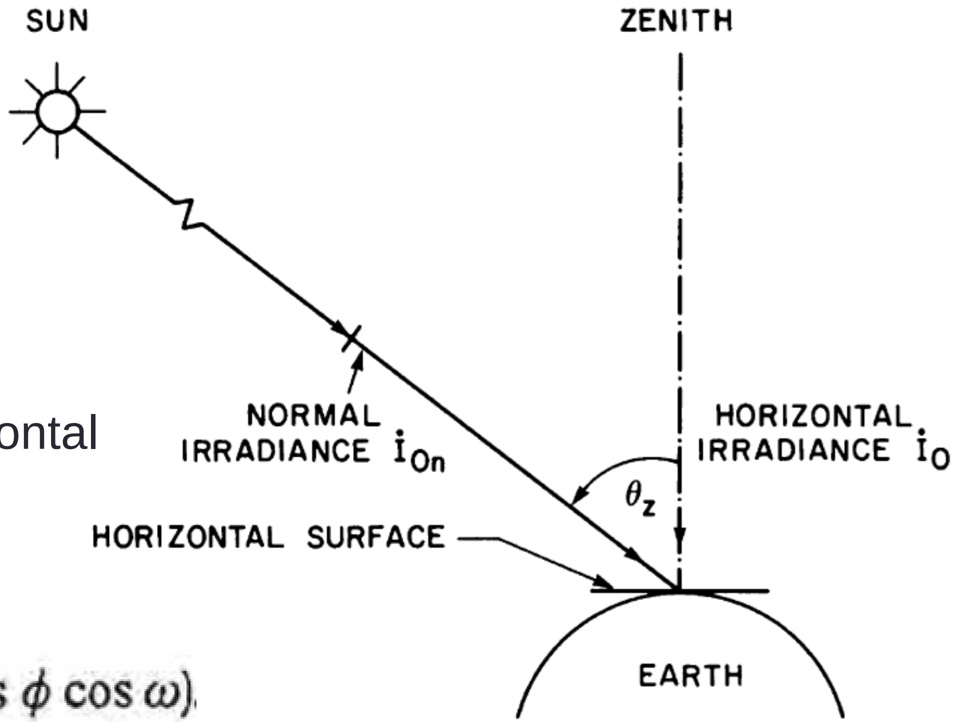
σ é a constante de Stefan Boltzmann, 5.67×10^{-8} W/m^2/K^4

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal

A **irradiância** (potência, com unidades de **W/m²**) no topo da atmosfera numa superfície normal aos raios solares

$$\dot{I}_{0n} = \dot{I}_{SC}(r_0/r)^2 = \dot{I}_{SC}E_0$$



E portanto, para uma superfície horizontal

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_{0n} \cos\theta_z$$

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_{SC}E_0(\sin\delta \sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos\omega)$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal

A **irradiação** (energia, com unidades de **Wh/m²**) para um curto intervalo de tempo é

$$dI_0 = I_{SC} E_0 \cos\theta_z \, dt$$

Notar que I_{sc} (sem o ponto!) é a constante solar mas com unidades de kJ/m²/h

A velocidade de rotação da Terra em torno do seu eixo de rotação é

$$\Omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{24\ h} = \frac{d\omega}{dt}$$ e portanto $$dt = (12/\pi)\, d\omega$$

Logo

$$dI_0 = (12/\pi) I_{SC} E_0 (\sin\delta \sin\phi + \cos\delta \cos\phi \cos\omega)\, d\omega$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal

A irradiação durante a hora *i* (medida a partir do meio dia solar) é dada por

$$I_0 = \frac{12}{\pi} I_{SC} E_0 \int_{\omega_i - \pi/24}^{\omega_i + \pi/24} (\sin\delta \sin\phi + \cos\delta \cos\phi \cos\omega)\, d\omega$$

em que ω_i é o ângulo horário para o meio dessa hora.

Podemos então escrever

$$I_0 = I_{SC} E_0 (\sin\delta \sin\phi + (24/\pi)\sin(\pi/24)\cos\delta \cos\phi \cos\omega_i)$$

e como

$$(24/\pi)\sin(\pi/24) = 0.9972 \approx 1$$

vem $I_0 = I_{SC} E_0 (\sin\delta \sin\phi + \cos\delta \cos\phi \cos\omega_i)$.

Calcular a irradiação extraterrestre durante uma hora sobre Vancouver (49°11'N) para a hora que termina às 11h00 (LAT) no dia 16 de Outubro.

$\phi = 49°11' N = 49.18°$

notar que

$$1367\ \frac{W}{m^2} \xrightarrow{\times 3.6} 4921\ kJ/m^2/h$$

No dia 16 de outubro

$E_0 = 1.0064$

$\delta = -8.67°$

Entre as 10^h e as 11^h (LAT) temos $\omega_i = 22.5°$

logo

$$\bar{I}_0 = 4921 \times 1.0064 \left(\sin(-8.67)\sin(49.18) + 0.9972 \cos(-8.67) \cdot \cos(49.18)\cos(22.5) \right) = 2384\ kJ/m^2/h$$

ou

$$\bar{I}_0 = 4921 \times 1.0064 \left(\sin(-8.67)\sin(49.18) + \cos(-8.67) \cdot \cos(49.18)\cos(22.5) \right) = 2392\ kJ/m^2/h$$

ou seja um erro da ordem de 0.3%

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal

Por outro lado vimos que

$$\cos\theta_z = \cos\delta\cos\phi(\cos\omega - \cos\omega_s)$$

E portanto a irradiação numa hora também pode ser escrita

$$I_0 = I_{SC}E_0\cos\delta\cos\phi(\cos\omega_i - \cos\omega_s)$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal

E se quisermos usar fracções de hora?

Se definirmos dois instantes t_1 e t_2 (medidos em horas, a contar a partir da meia noite mas que têm que ser durante o dia!)

$$I_0\Big|_{t_1}^{t_2} = I_{SC}E_0\{\sin\delta\sin\phi(t_2 - t_1) + (12/\pi)\cos\delta\cos\phi[\sin(15t_1) - \sin(15t_2)]\}$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal

E se quisermos usar fracções de hora?

Se definirmos dois instantes t_1 e t_2 (medidos em horas, a contar a partir da meia noite mas que têm que ser durante o dia!)

$$I_0\big|_{t_1}^{t_2} = I_{SC}E_0\{\sin\delta\sin\phi(t_2 - t_1) + (12/\pi)\cos\delta\cos\phi[\sin(15t_1) - \sin(15t_2)]\}$$

E se quisermos calcular a irradiação mensal média ?

$$\bar{I}_0 = \frac{1}{n_2 - n_1}\sum_{n_1}^{n_2} I_0$$

em que n_1 e n_2 são dias que correspondem ao início e fim do mês.

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal

Characteristic Declinations,[a] δ, the Declinations on Which the Extraterrestrial Irradiation Is Identical to Its Monthly Average Value

Month	Date	δ (degrees)	Day number d_n
January	17	−20.84	17
February	14	−13.32	45
March	15	−2.40	74
April	15	+9.46	105
May	15	+18.78	135
June	10	+23.04	161
July	18	+21.11	199
August	18	+13.28	230
September	18	+1.97	261
October	19	−9.84	292
November	18	−19.02	322
December	13	−23.12	347

[a] Characteristic declinations are slightly but only slightly variable with latitude. This table is based on 35° N latitude. At a given latitude the extraterrestrial irradiation is a function of both δ and E_0. For solstice months (June and December) two values of δ_c are obtainable, at 20 days apart.

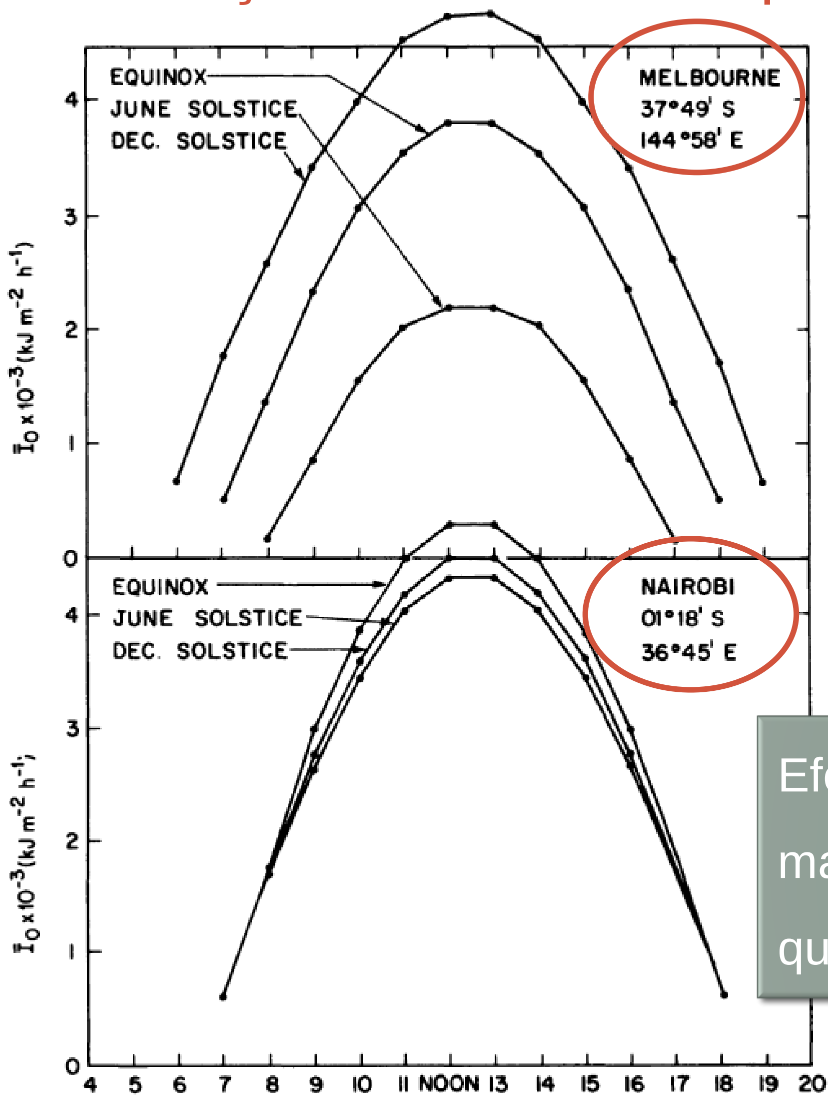
Pode-se determinar o dia particular que recebe o valor médio da irradiação média de um dado mês.

Nesse dia a declinação é a chamada **declinação característica** e portanto, por definição

$$\bar{I}_0 = I_0\big|_{\delta=\delta_c}$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície horizontal



Efeito da declinação (= estações do ano) mais relevante para latitudes elevadas e quase desprezável junto do equador

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação diária numa superfície horizontal

Para um dia temos

$$H_0 = \int_{sr}^{ss} I_0 \, dt$$
$$= 2\int_0^{ss} I_0 \, dt.$$

em que

sr é *sunrise*

ss é *sunset*

Irradiação solar no topo da atmosfera
Irradiação diária numa superfície horizontal

Para um dia temos

$$H_0 = \int_{sr}^{ss} I_0 \, dt$$
$$= 2\int_{0}^{ss} I_0 \, dt.$$

em que

sr é sunrise

ss é sunset

Logo, assumindo que a excentricidade E_0 é constante ao longo do dia

$$H_0 = \frac{24}{\pi} I_{SC} E_0 \int_0^{+\omega_s} (\sin\delta \sin\phi + \cos\delta \cos\phi \cos\omega) \, d\omega$$

$$H_0 = \frac{24}{\pi} I_{SC} E_0 [(\pi/180)\omega_s(\sin\delta \sin\phi) + (\cos\delta \cos\phi \sin\omega_s)]$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação diária numa superfície horizontal

Como

$$\cos\phi\cos\delta = -\sin\phi\sin\delta/\cos\omega_s$$

Podemos escrever

$$H_0 = (24/\pi)I_{SC}E_0\sin\phi\sin\delta[(\pi/180)\omega_s - \tan\omega_s]$$

ou

$$H_0 = (24/\pi)I_{SC}E_0\cos\phi\cos\delta[\sin\omega_s - (\pi/180)\omega_s\cos\omega_s]$$

Determinar a irradiação diária (extraterrestre)
no dia 15 de Fevereiro numa superfície horizontal
em Melbourne (37° 49' S)

Resposta

$\phi = 37°49'S = -37.82°$

No dia 15 de Fevereiro

$E_0 = 1.0256$

$\delta = -12.87°$

$\omega_s = \cos^{-1}\left(-\tan(-37.82)\tan(-12.87)\right) = 100.22°$

Logo

$H_0 = \frac{24}{\pi} I_{sc} E_0 \sin(-37.82)\sin(-12.87)\left(\frac{100.22\pi}{180} - \tan(100.22)\right)$

$= 38.43$ MJ/m²/dia

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação diária numa superfície horizontal

Casos particulares

EQUADOR

$$\phi = 0,$$

$$\omega_s = \pi/2$$

$$H_0 = (24/\pi) I_{SC} E_0 \cos\delta.$$

POLOS

Durante o verão não há nascer no sol e portanto é preciso substituir ω_s por π:

$$H_0 = (24/\pi) I_{SC} E_0 \sin\phi \sin\delta (\pi^2/180)$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

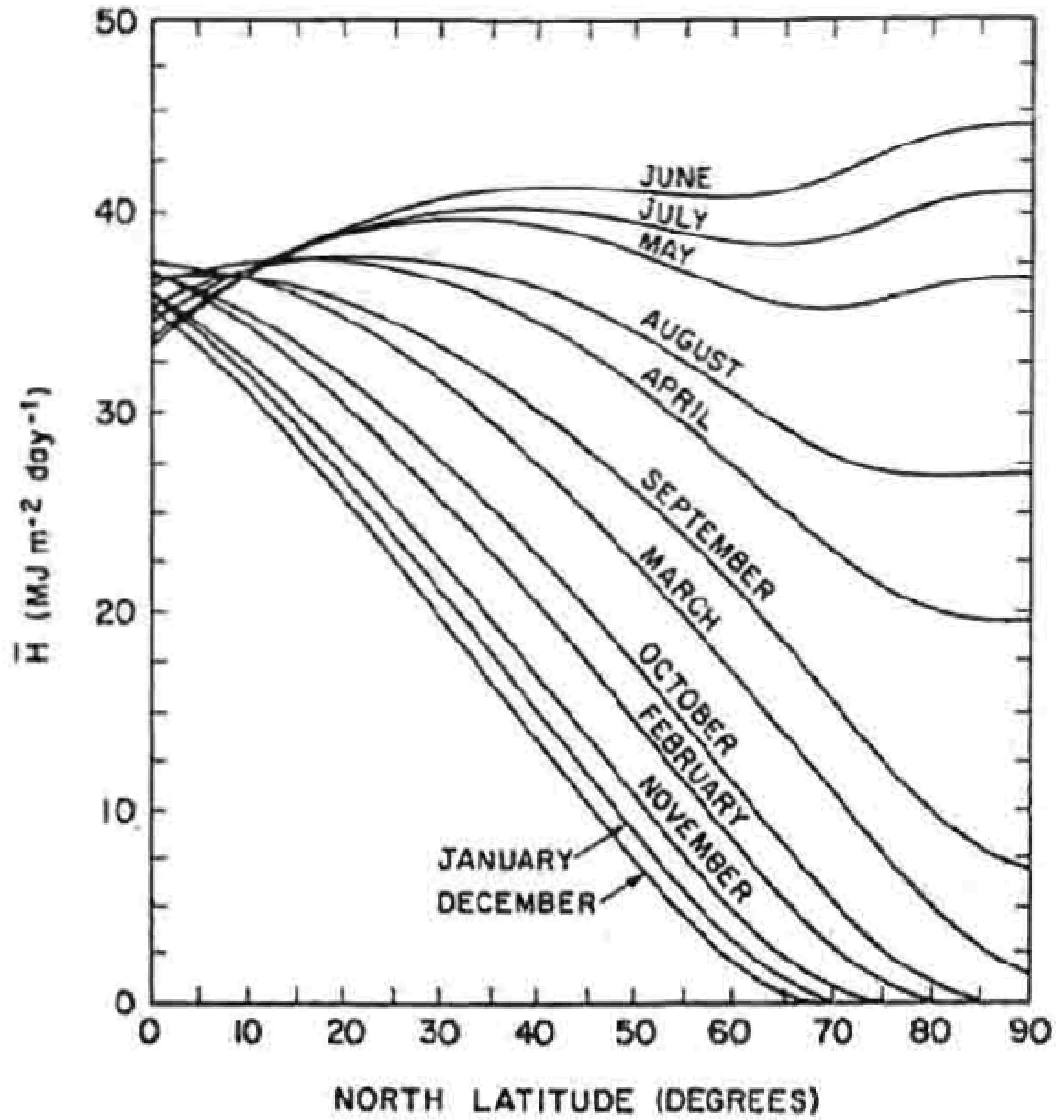
Irradiação diária numa superfície horizontal

A média mensal da irradiação diária numa superfície horizontal é

$$\overline{H}_0 = \frac{1}{n_2 - n_1} \sum_{n_1}^{n_2} H_0$$

Que também pode ser usada para definir a declinação característica

$$\overline{H}_0 = H_0 \big|_{\delta=\delta_c}$$



Irradiação solar no topo da atmosfera

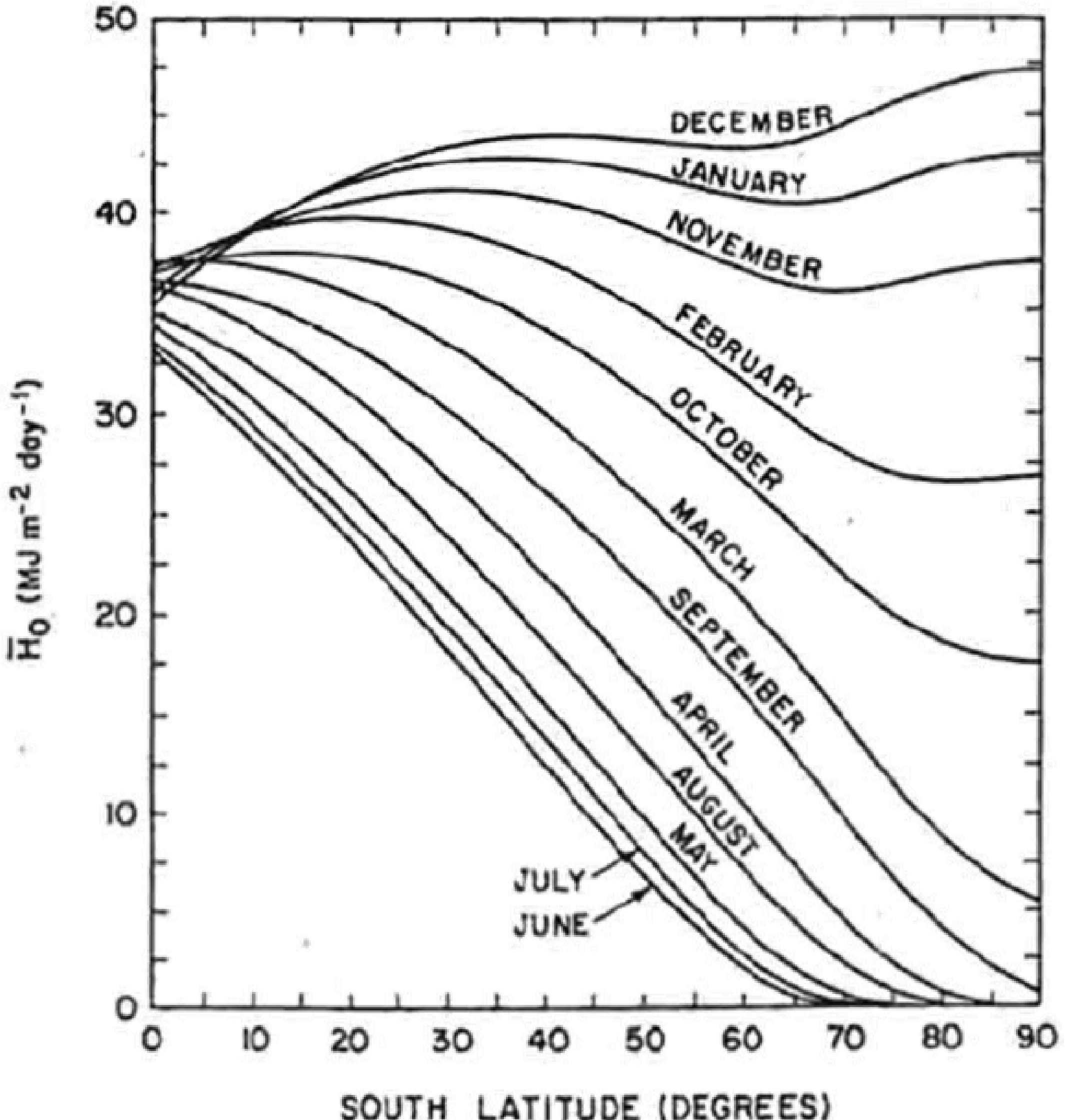
Irradiação diária numa superfície horizontal

A média mensal da irradiação diária numa superfície horizontal é

$$\overline{H}_0 = \frac{1}{n_2 - n_1} \sum_{n_1}^{n_2} H_0$$

Que também pode ser usada para definir a declinação característica

$$\overline{H}_0 = H_0 \big|_{\delta = \delta_c}$$



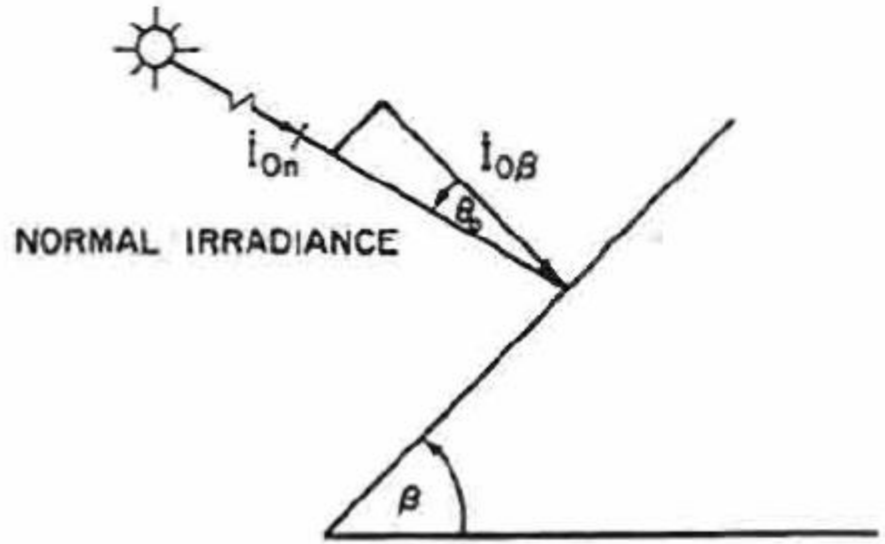
Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície inclinada

Para uma superfície inclinada

orientada para o equador

$$I_{0\beta} = I_{SC} E_0 \cos \theta_0$$



β é a inclinação e

θ_0 é o ângulo de incidência.

Como antes, temos

$$I_{0\beta} = \frac{12}{\pi} I_{SC} E_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} [\sin \delta \sin(\phi - \beta) + \cos \delta \cos(\phi - \beta) \cos \omega] d\omega$$

Mas precisamos de ter o cuidado de verificar se ω_1 e ω_2 ocorrem durante o dia!

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície inclinada

Para uma hora *i* vem então

$$I_{0\beta} = I_{SC}E_0[\sin\delta\sin(\phi-\beta) + 0.9972\cos\delta\cos(\phi-\beta)\cos\omega_i]$$

$$I_{0\beta} = I_{SC}E_0[\sin\delta\sin(\phi-\beta) + \cos\delta\cos(\phi-\beta)\cos\omega_i].$$

Enquanto para dois instantes quaisquer (contando a partir da meia noite e desde que durante o dia) temos

$$I_{0\beta}\Big|_{t_1}^{t_2} = I_{SC}E_0\{\sin\delta\sin(\phi-\beta)(t_2-t_1) + (12/\pi)\cos\delta\cos(\phi-\beta)[\sin(15t_1)-\sin(15t_2)]\}$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação diária numa superfície inclinada

Para o valor diário temos

$$H_{0\beta} = \frac{24}{\pi} I_{SC} E_0 \int_0^{\omega=\omega_s,\omega_s'} [\sin\delta \sin(\phi-\beta) + \cos\delta\cos(\phi-\beta)\cos\omega] d\omega.$$

O limite de integração é o mínimo entre ω_s e ω_s' e portanto definimos

$$\omega_s' = \min\{\omega_s, \cos^{-1}[-\tan\delta\tan(\phi-\beta)]\}$$

e assim

$$\mathrm{H}_{0\beta} = (24/\pi) I_{SC} E_0 [(\pi/180)\omega_s' \sin\delta\sin(\phi-\beta) + \cos\delta\cos(\phi-\beta)\sin\omega_s']$$

Para um telhado em Estocolmo (59°20' N), determinar a insolação diária (média mensal) para Abril numa superfície com inclinação de 60° e orientada a Sul.

Resposta

$\delta = 9.46^\circ$ $\qquad\qquad$ $\phi = 59^\circ 20' N = 59.33^\circ$

$d_n = 105$ (15 de Abril)

$E_0 = 0.9932$

$$\omega_s = \cos^{-1}\left(-\tan(59.33)\tan(9.46)\right) = 106.32$$

$$\omega'_s = \min\left[\omega_s, \cos^{-1}\left(-\tan(59.33-60)\tan(9.46)\right)\right] = 89.89^\circ$$

$$\bar{H}_{o\beta} = \frac{24}{\pi}\, 4.921 \times 0.9932 \times \left(\frac{\pi}{180} \times 89.89 \sin 9.46 \sin(59.33-60) + \cos 9.46 \cos(59.33-60) \sin(89.89)\right) = \underline{\underline{36.71}} \text{ MJ/m}^2\text{/dia}$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação horária numa superfície inclinada

Para uma superfície inclinada com uma orientação arbitrária temos

$$I_{0\beta\gamma} = I_{SC} E_0 \cos\theta$$

e

$$I_{0\beta\gamma} = \frac{12}{\pi} I_{SC} E_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos\theta \, d\omega$$

cuja solução é

$$I_{0\beta\gamma} = I_{SC} E_0 [(\sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\beta\cos\gamma)\sin\delta + (\cos\phi\cos\beta + \sin\phi\sin\beta\cos\gamma)\cos\delta\cos\omega_i + \cos\delta\sin\beta\sin\gamma\sin\omega_i],$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação diária numa superfície inclinada

Para uma superfície inclinada com uma orientação arbitrária temos

$$H_{0\beta\gamma} = \frac{12}{\pi} I_{SC} E_0 \int_{\omega_{sr}}^{\omega_{ss}} \cos\theta \, d\omega$$

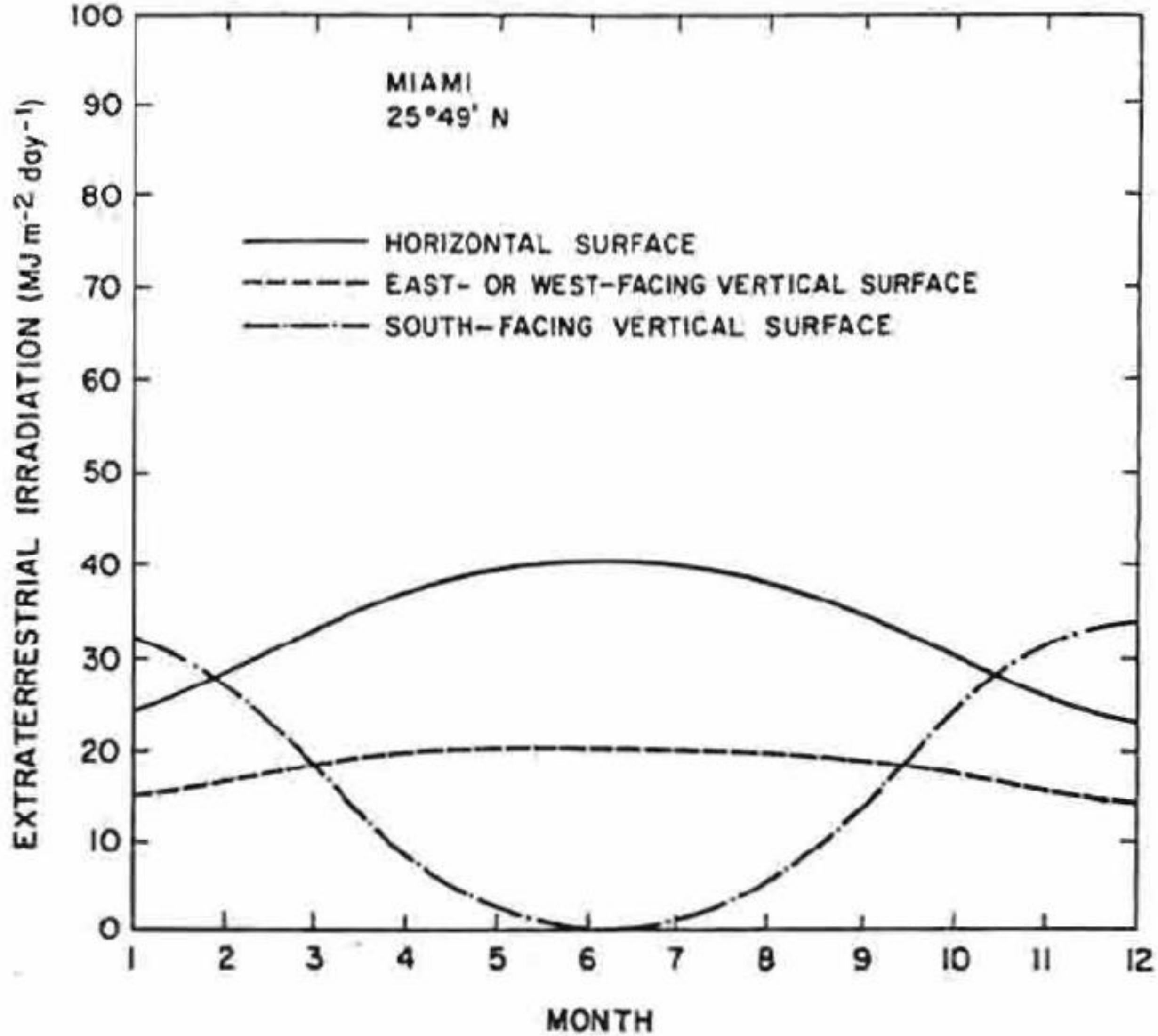
cuja solução é

$$\begin{aligned} H_{0\beta\gamma} = (12/\pi) I_{SC} E_0 (&\cos\beta \sin\delta \sin\phi \, |\omega_{ss} - \omega_{sr}| \pi/180 \\ &- \sin\delta \cos\phi \sin\beta \cos\gamma \, |\omega_{ss} - \omega_{sr}| \pi/180 \\ &+ \cos\phi \cos\delta \cos\beta \, |\sin\omega_{ss} - \sin\omega_{sr}| \\ &+ \cos\delta \cos\gamma \sin\phi \sin\beta \, |\sin\omega_{ss} - \sin\omega_{sr}| \\ &+ \cos\delta \sin\beta \sin\gamma \, |\cos\omega_{ss} - \cos\omega_{sr}|). \end{aligned}$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação diária numa superfície inclinada

Ao contrário de uma superfície horizontal, uma superfície vertical (fachada) orientada a sul recebe mais radiação solar no inverno do que no verão.

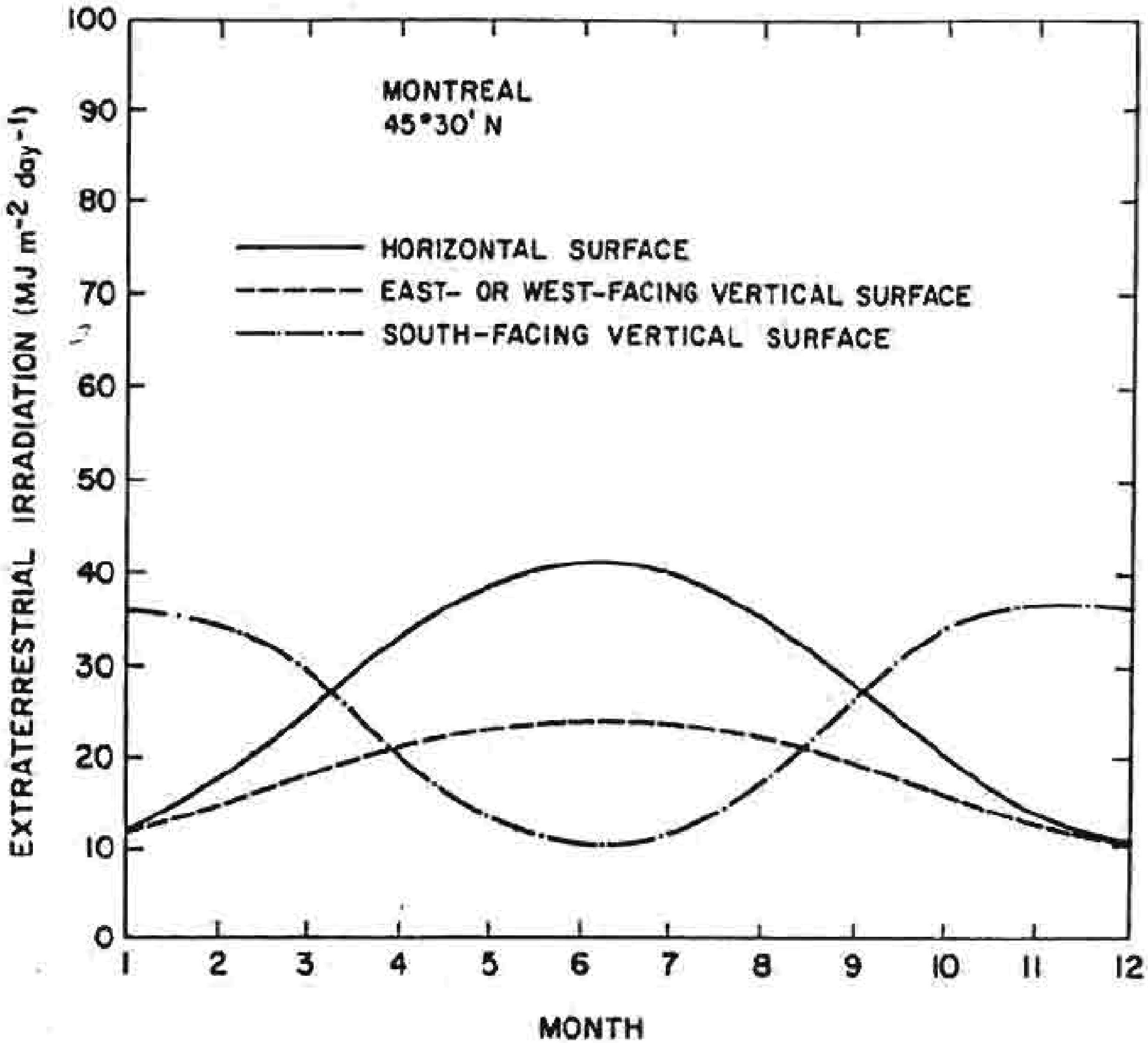


Irradiação solar no topo da atmosfera

Irradiação diária numa superfície inclinada

Ao contrário de uma superfície horizontal, uma superfície vertical (fachada) orientada a sul recebe mais radiação solar no inverno do que no verão.

A amplitude da variação anual da irradiação numa fachada a sul diminui com a latitude.



Irradiação solar no topo da atmosfera

Quocientes de irradiância

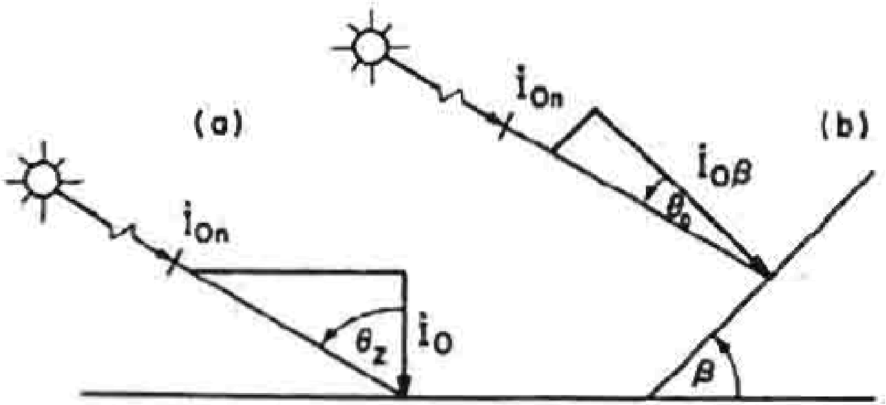
Para uma **superfície orientada para o equador** podemos definir

$$r_b = I_{0\beta}/I_0 = \cos\theta_0/\cos\theta_z$$

porque

$$I_0 = I_{0n}\cos\theta_z$$

$$I_{0\beta} = I_{0n}\cos\theta_0$$



ALERTA! r_b pode aproximar-se de zero ou infinito perto do alvorecer/ocaso porque resulta da razão de dois números pequenos.

Para uma hora temos

$$r_b = \frac{I_{0\beta}}{I_0} = \frac{I_{SC}E_0\int_{\omega_i-\pi/24}^{\omega_i+\pi/24}\cos\theta_0\,d\omega}{I_{SC}E_0\int_{\omega_i-\pi/24}^{\omega_i+\pi/24}\cos\theta_z\,d\omega} \approx \cos\theta_0/\cos\theta_z$$

se se considerar os ângulos de incidência a meio da hora em causa.

Irradiação solar no topo da atmosfera

Quocientes de irradiância

Para o **valor médio mensal da radiação horária** podemos usar a declinação característica

$$\bar{r}_b = \frac{\bar{I}_{0\beta}}{\bar{I}_0} = \frac{\cos\theta_0}{\cos\theta_z}\bigg|_{\delta=\delta_c}$$

Para **a radiação diária** temos

$$R_b = H_{0\beta}/H_0$$

$$R_b = \frac{(\pi/180)\omega_s' \sin\delta\sin(\phi-\beta) + \cos\delta\cos(\phi-\beta)\sin\omega_s'}{(\pi/180)\omega_s\sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\sin\omega_s}$$

desde que se use

$$\omega_s' = \min\{\omega_s, \cos^{-1}[-\tan\delta\tan(\phi-\beta)]\}$$

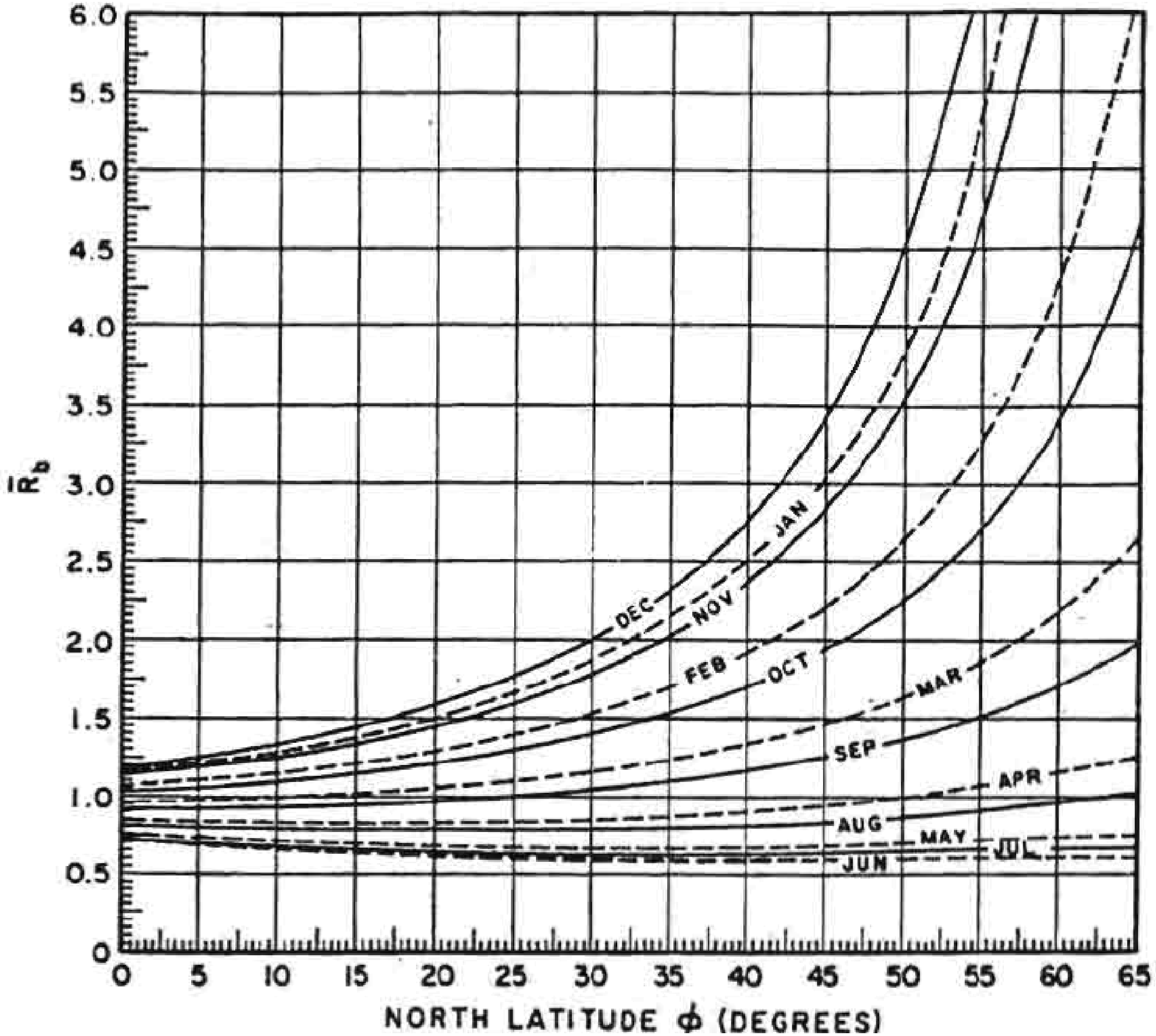
Irradiação solar no topo da atmosfera

Quocientes de irradiância

Para o **valor médio mensal da radiação diária** podemos também usar a declinação característica

$$\bar{R}_b = \frac{\bar{H}_{0\beta}}{\bar{H}_0} = \left.\frac{H_{0\beta}}{H_0}\right|_{\delta=\delta_c}$$

Exemplo: $\bar{R}_b$ *para superfícies com inclinação* $\phi - \beta = -20^o$ *em função da latitude.*



Irradiação solar no topo da atmosfera

Quocientes de irradiância

No caso particular dos **equinócios** temos

$$\delta = 0$$
$$\omega_s = \omega_s' = \pi/2$$

e portanto os quocientes são todos iguais

$$\dot{r}_b = r_b = R_b = \cos(\phi - \beta)/\cos\phi$$

Determinar r_b para a hora que termina às 10^h00 e R_b para um colector solar em L.A. (34°0'N) inclinado de 30° e orientado a Sul, para 15 de Maio.

Determinar r_b para a hora que termina às 10h00 e R_b para um colector solar em L.A. (34°0'N) inclinado de 30° e orientado a Sul, para 15 de Maio.

Resposta

$$\begin{cases} \phi = 34^\circ \\ \beta = 30^\circ \\ \omega = 37.5^\circ \\ \delta = 18.77^\circ \end{cases}$$

$$r_b = \frac{\sin 18.77 \sin \cancel{3}4 + \cos 18.77 \cos \cancel{3}4 \cos 37.5}{\sin 18.77 \sin 34 + \cos 18.77 \cos 34 \cos 37.5} = 0.97$$

Para R_b precisamos de ω'_s:

$$\omega_s = \cos^{-1}\left(-\tan 18.77 \cdot \tan 34\right) = 103.25^\circ$$

$$\omega'_s = \min\left(\omega_s, \cos^{-1}\left(-\tan 18.77 \cdot \tan(34-30)\right)\right)$$

$$= 91.36^\circ$$

Logo

$$R_b = \frac{\frac{\pi}{180} 91.36 \left(\sin 18.77 \sin 4\right) + \cos 18.77 \cos 4 \sin 91.36}{\frac{\pi}{180} 103.25 \left(\sin 18.77 \sin 34\right) + \cos 18.77 \cos 34 \sin 103.25} = 0.90$$

Irradiação solar no topo da atmosfera

Quocientes de irradiância

Para uma superfície inclinada com orientação arbitrária

$$r_b = \cos\theta / \cos\theta_z$$

$$\begin{aligned} R_b = H_{0\beta\gamma}/H_0 = \{ & \cos\beta \sin\delta \sin\phi |\omega_{ss} - \omega_{sr}| \pi/180 - \sin\delta \cos\phi \sin\beta \cos\gamma |\omega_{ss} \\ & - \omega_{sr}| \pi/180 + \cos\phi \cos\delta \cos\beta |\sin\omega_{ss} - \sin\omega_{sr}| \\ & + \cos\delta \cos\gamma \sin\phi \sin\beta |\sin\omega_{ss} - \sin\omega_{sr}| \\ & + \cos\delta \sin\beta \sin\gamma |\cos\omega_{ss} - \cos\omega_{sr}| \} \\ & \times \{2[\cos\phi \cos\delta \sin\omega_s + (\pi/180)\omega_s \sin\phi \sin\delta]\}^{-1}. \end{aligned}$$